

제42회 보험계리사 및 손해사정사 제2차 시험문제
(2019년도 시행)

【 계 리 모 형 론 】

※ 모든 문제의 계산은 소수점 이하 넷째 자리에서 반올림하여 셋째 자리까지 산출함.

1. 미래생존 확률변수 $T(>0)$ 의 사력(force of mortality)은 상수 λ 이다. T 의 분포에서 얻은 아래의 14개 자료를 이용하여 λ 의 최대가능도 추정치(maximum likelihood estimate)를 구하시오. 오른쪽에 +가 붙어 있는 숫자는 중도절단(right-censored)된 자료이다. (10점)

1, 1, 1, 1+, 4+, 5, 7, 8, 10, 10+, 12+, 16+, 16+, 16+

2. 임의의 운전자의 사고건수 N 은 기댓값이 λ 인 포아송분포를 따르며, 확률변수 λ 는 다음과 같은 분포를 따른다. N 의 분산을 구하시오. (10점)

λ	2	3	5
$\Pr(\lambda = \lambda)$	0.5	0.25	0.25

(뒷면 계속)

3. 총손해액들 S_1, S_2, \dots, S_n 에 대하여 평균 \bar{S} 가 S 의 기댓값으로부터 $\pm 9.8\%$ 이내에 속할 확률이 95% 이상이 되면 전신뢰도(full credibility)를 부여한다. 제한변동신뢰도(limited fluctuation credibility) 방법으로 전신뢰도를 만족하는 최소의 n 값을 구하시오. (10점)

○ 총손해액 S 는 다음과 같다.

$$S = \sum_{i=1}^N X_i$$

○ 개별손해액의 사고건수 N 의 기댓값과 분산은 다음과 같다.

$$E(N) = 8, \quad Var(N) = 15$$

○ $N = k$ 일 때, 개별손해액 X_1, X_2, \dots, X_k 는 독립이고 다음과 같은 동일한 분포를 따른다.

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$$

○ N 은 X_1, X_2, \dots 와 독립이다.

○ 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 $\Pr(Z \leq 1.96) \approx 0.975$ 이다.

(뒷면 계속)

4. A보험회사(원수사)는 화재보험계약에서 발생하는 손해액 X 의 일부분을 B재보험회사(재보험사)에게 전가하는 초과손해액재보험계약을 다음과 같이 체결하였다. 재보험사가 부담하는 손해액의 기댓값이 전체 손해액 기댓값의 30%가 되도록 보유한도 M 을 결정하시오. (단, $\ln 2 = 0.693$, $\ln 3 = 1.099$, $\ln 5 = 1.609$, $\ln 7 = 1.946$, $\ln 10 = 2.303$) (10점)

- X 가 M 보다 작거나 같은 경우, 원수사가 X 를 부담한다.
- X 가 M 보다 큰 경우, 원수사가 M 만큼 부담하고 보유한도를 초과하는 $(X - M)$ 은 재보험사가 부담한다.
- X 는 기댓값이 5인 지수분포를 따른다.

5. 확률변수 X 의 누적확률분포함수가 다음과 같을 때, 99% 수준에서 X 의 tail value-at-risk($TVaR_{0.99}(X)$)를 구하시오. (10점)

$$F_X(x) = 1 - \left(\frac{4}{4+x} \right)^2, \quad x > 0$$

(뒷면 계속)

6. 화학물질을 제조하는 A주식회사는 생산 공정에서 발생하는 오염물질로 인해 야기되는 환경오염사고에 대하여 B보험회사와 다음과 같은 손해 보험계약을 체결하였다. 손해액의 적률생성함수를 $M(t)$ 라고 할 때 $M(1)$ 값을 구하시오. (10점)

- 환경오염사고는 보험기간 동안 많아야 1번 발생하며 사고발생확률은 0.8이다.
- 사고가 발생하지 않는 경우 손해액은 0이며, 사고가 발생하는 경우 손해액은 기댓값이 0.5인 지수분포를 따른다.

7. A자동차보험회사는 매 연도 기말시점에 당해 사고건수를 이용하여 피보험자의 등급을 조정한다. 임의의 피보험자의 1년간 사고건수는 기댓값이 1인 포아송분포를 따르고, 피보험자의 등급 조정과 사고건수의 관계는 다음의 할인할증 등급 조정표를 따른다. 2019년 1월 1일에 3등급인 피보험자가 7년 뒤에 1등급이 될 확률을 구하시오. (단, $e = 2.718$) (10점)

<할인할증 등급 조정표>

직전연도 등급	조정 등급	
	직전연도 사고건수 0건	직전연도 사고건수 1건 이상
0	0	3
1	0	3
2	1	3
3	2	3

(뒷면 계속)

8. A보험회사는 2019년 1월 1일자로 적용할 요율을 산출하려고 한다. 아래의 정보를 이용하여 평행사변형법(parallelogram method)으로 달력연도(calendar year) 2017년의 수정경과보험료를 구하시오. (10점)

〈요율조정 이력〉	
요율조정일	요율조정률
2015년 12월 1일	5% 인상
2016년 4월 1일	10% 인상
2017년 10월 1일	15% 인상

○ 모든 계약의 보험기간은 1년이다.
○ 달력연도 2017년의 수입보험료는 1,200이다.
○ 달력연도 2017년의 경과보험료는 1,000이다.
○ 보험료 추세는 없다.

9. 아래의 정보를 이용하여 순보험료법으로 요율을 구하시오. (10점)

경과익스포저(earned exposure)	10
손해액(ultimate losses)	150
직접손해사정비(ALAE)	손해액의 6%
간접손해사정비(ULAE)	17
고정사업비(fixed expense)	0
변동사업비율(variable expense ratio)	8%
손익률(profit)	4%

(뒷면 계속)

10. 아래의 정보를 이용하여 빈도-심도(frequency-severity) 예측방식으로 사고연도(accident year) 2018년에 발생한 사고의 최종손해액을 구하시오. (10점)

○ 누적 사고건수

사고연도	경과 개월			
	12	24	36	48
2015	24	32	40	44
2016	30	40	46	
2017	30	37		
2018	25			

○ 누적 발생손해액

사고연도	경과 개월			
	12	24	36	48
2015	1,080	1,728	2,400	2,904
2016	1,080	1,800	2,461	
2017	1,200	1,702		
2018	1,243			

- 손해진전계수는 각 사고연도 진전계수들의 산술평균으로 한다.
○ 빈도의 종결진전계수(48-종결) = 1.00
○ 심도의 종결진전계수(48-종결) = 1.05